

Teoría de conjuntos

MATEMÁTICAS

El presente documento es una síntesis de los elementos principales del curso de Teoría de conjuntos. No es un syllabus ni microdiseño, ni tampoco sustituye a un documento institucional equivalente.

01 Presentación

Todo estudiante de la Licenciatura en Matemáticas debe manejar los conceptos de la Lógica Formal y la Teoría de Conjuntos para su aplicación en la Lógica Inferencial y para la estructuración de su pensamiento como futuro docente del área. La teoría de conjuntos es una rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los conjuntos: colecciones abstractas de objetos, consideradas como objetos en sí mismas. Los conjuntos y sus operaciones más elementales son una herramienta básica en la formulación de cualquier teoría matemática. Sin embargo, la teoría de los conjuntos es lo suficientemente rica como para construir el resto de los objetos y estructuras de interés en matemáticas: números, funciones, figuras geométricas; y junto con la lógica permite estudiar los fundamentos de esta. En la actualidad se acepta que el conjunto de axiomas de la teoría de Zermelo - Fraenkel es suficiente para desarrollar toda la matemática. Además, la propia teoría de conjuntos es objeto de estudio per se, no sólo como herramienta auxiliar, en particular las propiedades y relaciones de los conjuntos infinitos. En esta disciplina es habitual que se presenten casos de propiedades indemostrables o contradictorias, como la hipótesis del continuo o la existencia de un cardinal inaccesible. Por esta razón, sus razonamientos y técnicas se apoyan en gran medida en la lógica matemática.

02 Competencias genéricas

5

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.
- Capacidad de aplicar los conocimientos teóricos en la práctica matemática.
- Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas.
- Capacidad de trabajo en equipo.
- Habilidad para trabajar de forma autónoma.

03 Competencias específicas

10

- Capacidad para formular, plantear, transformar y resolver problemas matemáticos.
- Desarrollo y profundización del pensamiento lógico matemático.

- Identificación de regularidades, modelos y estructuras matemáticas en procesos y situaciones problemáticas.
- Capacidad comunicativa en lenguaje matemático.
- Habilidad de conversión de un objeto matemático a los diferentes lenguajes, registros y representaciones matemáticas, cuando sea posible.
- Capacidad para movilizar los conceptos básicos matemáticos: aritméticos, geométricos, métricos, variacional, de análisis matemático, estadístico y financiero en diferentes situaciones y
- problemas de tipo matemático.
- Capacidad para representar objetos matemáticos en diferentes registros o sistemas de notación para crear, expresar y representar ideas matemáticas.
- Capacidad para juzgar la validez de un razonamiento lógico matemático.
- Habilidad para usar calculadoras y software matemáticos en la solución de problemas matemáticos.

04 Resultado de aprendizaje del curso

Aplica y valida principios y procedimientos matemáticos como la modelación, el razonamiento lógico, la representación, el análisis de funciones y estructuras, la abstracción, la generalización, y el uso de métodos numéricos y analíticos para diseñar soluciones integrales a problemas elementales en contextos cotidianos y académicos

05 Unidades temáticas

3

1 Álgebra de conjuntos

Introducción histórica, teoría intuitiva de conjuntos, teoría axiomática de conjuntos, el lenguaje de la Teoría de Conjuntos, Igualdad, inclusión y conjunto vacío y Operaciones, producto cartesiano, relaciones binarias, relación inversa, producto relativo y restricción, imagen bajo una relación y relación identidad, propiedades de ciertas relaciones, relaciones de equivalencia, relaciones de orden, funciones, composición, funciones inyectivas, sobre y biyectivas, función inversa

2 El axioma de elección

El axioma de elección, El lema de Zorn, Axioma de Constructibilidad

3 Construcción de los cardinales

Sucesor de un conjunto, el axioma de infinitud, el conjunto de los números naturales, el principio de la inducción matemática, propiedades de los números naturales. Conjunto parcial y totalmente ordenado, segmento inicial, elementos

- Halmos, P. R. Teoría intuitiva de los conjuntos. Compañía Editorial Continental.
- Hrbacek, K., & Jech, T. Introduction to Set Theory. Marcel Dekker.
- Suppes, P. Teoría axiomática de conjuntos. Editorial Norma.
- Lipschutz, S. Teoría de conjuntos y temas afines. McGraw-Hill (Serie Schaum).
- Enderton, H. B. Elements of Set Theory. Academic Press.